

Заочная студенческая олимпиада

1. Материальная точка массой 100 г движется по плоскости по закону

$$\begin{cases} x = 36 + 3t - 5t^2 \\ y = 4t \end{cases}.$$

Значения координат указаны в метрах, а время измеряется в секундах. Найдите модуль вектора изменения импульса точки за третью секунду от начала движения ($t = 0$)?

2. По цилиндрической печной трубе поднимается дым. В нижней части трубы дым имеет температуру $t_1 = 700^\circ\text{C}$ и скорость $v_1 = 5$ м/с. Какова его скорость в верхней части трубы, где температура равна $t_2 = 200^\circ\text{C}$? Процесс остывания считайте изобарическим.

3. Комета, движущаяся по параболической траектории, пересекает эллиптическую орбиту планеты в четырех точках. Можно ли запустить межпланетный корабль так, чтобы он, двигаясь по круговой орбите, прошел через все четыре точки пересечения?

4. Река отгорожена широкой дамбой. В результате тайфуна «Дуня» дамба оказалась на $h_1 = 0,1$ м ниже уровня воды. На один метр протяженности дамбы за каждую секунду протекает $Q_1 = 10$ л воды. Оцените, сколько воды будет вытекать через 1 м протяженности дамбы, если окажется, что дамба ниже уровня воды на $h_2 = nh_1$ ($n = 2$) метров?

5. Два студента-механика за время лекции по методам оптимального управления, сидя на последнем ряду, переиграли во все игры, связанные с шахматной доской от шашек до "чапаева". Лекция все не кончалась и им пришла в голову новая забавная игра. Первый студент одной рукой устанавливает шахматную доску под углом к горизонту так, что одна сторона доски опирается на стол, а другой рукой располагает и поддерживает от сползания вниз шашку на клетке b3. Второй студент устанавливает шашку на клетку f7 и щелчком, регулируя его силу и направление, пытается сделать так, чтобы шашка, двигаясь по шахматной доске, попала в шашку соперника на клетке b3. По мере игры было обнаружено, что попасть в цель можно, придавая шашке f7 различные величины и направления скорости. При этом шашка f7 попадала в цель по разным траекториям и за разное время. Увлечшись игрой, студенты не заметили лектора, стоявшего перед ними и наблюдавшего сначала с возмущением потом с интересом за развитием событий на шахматной доске. Вердикт лектора был прост: студенты смогут избежать негативных последствий своего поведения на лекции, если, для заданной постоянной силы щелчка, укажут направление начальной скорости шашки f7, при котором шашка попадет в цель за наименьшее время при движении без учета силы трения и при заданном угле наклона шахматной доски. Лектор дал студентам точный секундомер и позволил провести два измерения. Помогите бедным студентам! Могут ли студенты гордо отказаться от секундомера, но выполнить поставленную задачу?